

3. ÜBUNGSBLATT
Prof. Stefan Friedl PhD

Abgabe spätestens bis *Donnerstag den 7. November* um 12 Uhr.

Aufgabe 1. Es sei g eine hyperbolische Gerade in $\mathbb{H}$, und es sei $K \subset \overline{\mathbb{C}}$ ein Kreis mit $K \cap \mathbb{H} = g$. Es sei $m: \overline{\mathbb{C}} \rightarrow \overline{\mathbb{C}}$ die Spiegelung an K . Liegt $m \in \text{Möb}(\mathbb{H})$? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 2.

- (1) Zeigen Sie, dass $\text{Möb}(\mathbb{H})$ transitiv auf der Menge der hyperbolischen Geraden in $\mathbb{H}$ operiert.
- (2) Zeigen Sie, dass $\text{Möb}(\mathbb{H})$ transitiv auf der Menge der offenen Halbräume in $\mathbb{H}$ operiert.
- (3) Zeigen Sie: es gibt kein $m \in \text{Möb}(\mathbb{H})$ mit $m(i) = i$ und $m(2i) = 4i$.

Aufgabe 3.

- (1) Zeigen Sie, dass die Abbildungen $z \mapsto \frac{1}{2}z$ und $z \mapsto 2z$ konjugiert in $\text{Möb}(\mathbb{H})$ sind.
- (2) Es seien $m, n \in \text{Möb}(\mathbb{H})$, so dass es ein $f \in \text{Möb}$ mit $m = f \circ n \circ f^{-1}$ gibt. Gibt es dann auch ein $g \in \text{Möb}(\mathbb{H})$ mit $m = g \circ n \circ g^{-1}$? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 4.

- (1) Es seien K_1 und K_2 zwei euklidische Kreise, welche sich in zwei Punkten P und Q schneiden. Zeigen Sie, dass die Absolutbeträge der Schnittwinkel an den Schnittpunkten gleich sind.
- (2) Es seien G_1 und G_2 zwei euklidische nicht-parallele Geraden in $\mathbb{C}$, so dass mindestens eine der beiden Geraden durch den Ursprung geht. Zeigen Sie, dass sich der Absolutbetrag des Schnittwinkels unter der Abbildung $J: z \mapsto \frac{1}{z}$ nicht ändert.